

W
28
(8908)

Documento de Trabajo

8 9 0 8

**EL COMPORTAMIENTO EN MUESTRAS FINITAS
DE LOS CONTRASTES M Y DE LA MATRIZ DE
INFORMACIÓN DINAMICA: SIMULACIONES**

Teodosio Pérez Amaral

El comportamiento en muestras finitas de los contrastes m
y de la matriz de información dinámica: simulaciones*

Revisado: Diciembre 1988

Teodosio Pérez Amaral

Universidad Complutense de Madrid,
Departamento de Economía Cuantitativa
y Servicio de Estudios del Banco de España

(*) El autor está especialmente en deuda con Halbert L. White y Robert F. Engle. Los comentarios de J. Dolado, A. Escribano, I. Mauleón y C. Molinas han sido muy útiles. El soporte computacional ha estado a cargo de U. Poveda y P. González. Mecanografiado por Ma Carmen Rodríguez.

Resumen

Recientemente ha habido un desarrollo teórico sustancial de contrastes de especificación que usan estimadores de la forma del producto exterior de la matriz de información. Entre ellos están los contrastes m y de la matriz de información dinámica. Estos contrastes tienen un rango de aplicabilidad muy extenso y son computacionalmente muy simples.

Sin embargo la impresión general en la profesión es que tienen un mal comportamiento en muestras finitas.

La evidencia para muestras finitas que se aporta en este trabajo es muy satisfactoria y abre un amplio campo para la investigación teórica y la aplicabilidad de los contrastes.

NOTA BIOGRAFICA

Teodosio Pérez Amaral es Catedrático Interino de Econometría del Departamento de Análisis Económico II de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid, Titulado del Servicio de Estudios del Banco de España, Doctor en Ciencias Económicas, Master de Economía por la Universidad de California en San Diego y Licenciado en Ciencias Económicas. Ha sido profesor del Centro de Formación del Banco de España, del Centro de Estudios Monetarios y Financieros del Banco de España (CEMFI) y profesor ayudante de la Universidad de California en San Diego.

1. Introducción

En los últimos años ha habido gran cantidad de investigación dirigida a la detección y consecuencias de los problemas de especificación en la modelización y estimación econométricas. La literatura es ya bastante extensa (véase por ejemplo Ruud (1984)); los trabajos recientes de Tauchen(1985), Newey(1985) y White(1985) nos proporcionan resultados generales de forma que la mayoría de los contrastes disponibles se pueden considerar casos especiales de los mismos.

Sin embargo, la relación entre los contrastes de momentos (contrastos m) de Newey y Tauchen, los contrastes de los multiplicadores de Lagrange tradicionales (contrastos LM) y los contrastes de la matriz de información dinámica (contrastos MID) de White estaba poco clara. Recientemente Pérez Amaral (1986) ha obtenido resultados generales que clarifican la relación entre esos contrastes y ha demostrado que bajo condiciones generales los contrastes m se pueden considerar como contrastes LM. Además, demuestra que la forma computacionalmente simple de calcular los contrastes LM, m y MID que White (1985) propone son versiones consistentes a heteroscedasticidad de numerosos contrastes ya conocidos en el contexto de técnicas de estimación del tipo de regresión lineal. Pérez Amaral (1986) propone además varios contrastes de especificación nuevos y prepara el camino para el desarrollo del mismo tipo de análisis cuando se usan métodos de estimación menos convencionales.

También nos ofrece varias versiones asintóticamente equivalentes de cada contraste. Los contrastes propuestos son válidos siempre que la muestra sea lo suficientemente grande. Desafortunadamente no sabemos qué tamaño debe tener una muestra suficientemente

grande en la práctica y es bien sabido que estadísticos con idénticas propiedades en muestras grandes pueden tener comportamientos muy diferentes en muestras de tamaño moderado o pequeño.

Por esa razón investigamos el comportamiento en muestras pequeñas de los contrastes generando datos artificiales con un mecanismo dinámico simple y luego analizamos los datos con los contrastes para ver si detectan problemas de especificación¹.

El objetivo de este estudio es aprender acerca del comportamiento de contrastes que usan el estimador de la forma de producto exterior de la matriz de información en vez del estimador tradicional que sería la forma del hesiano de la matriz de información, que es la que usan los contrastes LM.

Los contrastes LM usan la forma del hesiano de la matriz de información y tienen buenas propiedades en muestras finitas, como ha demostrado Kiviet (1981), entre otros.

Sin embargo hay muchas situaciones no estándar en las cuales el uso de la forma hesiana es computacionalmente intratable, o teóricamente inapropiado y sin embargo el uso de la forma de producto exterior es extremadamente simple y está justificada teóricamente (ARCH, ARCH-M, GARCH, logit, probit, poisson, regresión lineal con heteroscedasticidad de forma desconocida, etc.).

Parece haber una impresión generalizada en la profesión de que los contrastes que usan la forma de producto exterior de la matriz de información tienen un comportamiento deficiente en pequeñas muestras. Entre ellos están los trabajos de Cavanagh (1985)², Orme (1987)³, Bera (1986), Dorfman (1988) y Taylor (1987).

Por el contrario los resultados de Davidson y Mackinnon (1985) usando modelos estáticos indican que los contrastes que usan la forma de producto exterior "...parecen comportarse especialmente bien".

Hay que resaltar que el primer grupo de autores se refiere a contrastes estáticos (del tipo de heteroscedasticidad) mientras que Davidson y Mackinnon se refieren a contrastes dinámicos (del tipo de autocorrelación) y esto puede explicar gran parte de la disparidad de las conclusiones.

Nuestros resultados para contrastes dinámicos en situaciones más generales que las estudiadas por Davidson y Mackinnon (1985) indican que en situaciones bastante comunes, los contrastes que usan la forma de producto exterior de la matriz de información se comportan bien. Esto abre un amplio campo de aplicabilidad de los contrastes m y MID, y un campo de investigación interesante para el trabajo teórico y aplicado. De momento parece necesario estudiar el comportamiento en muestras pequeñas de cada contraste para cada modelo y tipo de datos puesto que no parece que exista un resultado general satisfactorio para todas las situaciones.

En este trabajo estudiamos el caso de regresión lineal, en el cual el estimador de la forma del producto exterior de la matriz de información es el estimador de la matriz de covarianzas consistente a heteroscedasticidad, y el estimador de la forma hessiana de la matriz de información es el estimador usual de la matriz de varianzas y covarianzas que es inconsistente a heteroscedasticidad.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la sección 2 estudiamos el comportamiento en muestras

pequeñas de los contrastes de autocorrelación de orden uno en un contexto dinámico. En la sección 3 estudiamos el comportamiento en muestras finitas de varios contrastes nuevos que son sensibles a errores en la forma funcional, mala especificación dinámica y no linealidades, que son casos especiales de los contrastes de la matriz de información dinámica (MID). En la sección 4 estudiamos el comportamiento de contrastes para residuos del tipo ARCH en presencia de heteroscedasticidad condicional adicional. Finalmente en la sección 5, presentamos las conclusiones y sugerencias para la investigación futura.

2. Contrastes de autocorrelación serial

2.1 Regresores sin tendencia.

En esta sección estudiamos el comportamiento en muestras pequeñas de varios contrastes de autocorrelación usando técnicas de Monte Carlo. Generamos las observaciones con el siguiente mecanismo.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t H_t \quad \epsilon_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$$H_t = 1 + \beta x_t$$

El tamaño de las muestras es 25, 50 ó 100. El número de repeticiones de cada experimento es 4000 a menos que se diga expresamente lo contrario.

En los cuadros 1 al 3 usamos como regresor (x_t) la tasa de aumento del PIB real norteamericano, ajustado estacionalmente, de 1960II a 1972III. La variable dependiente puede ser considerada (aunque no es necesario) una tasa de aumento del consumo. Estas cincuenta observaciones sobre x_t se replicaron cuando se usan más de cincuenta. Los valores de los parámetros fueron $\alpha_0=0,1$; $\alpha_1=0,5$ y $\alpha_2=0,8$ en estos tres primeros cuadros. El R^2 medio es de 0,96 bajo homoscedasticidad, 0,94 bajo heteroscedasticidad suave y 0,46 bajo heteroscedasticidad severa (por eso se ha corregido este hecho en los cuadros 21 y 22).

Elegimos el regresor de esta manera porque queríamos que fuese representativo de datos económicos reales. En la Figura 1 mostramos un gráfico de x_t o la mitad de x_t cuando la muestra tiene tamaño cien.

Llamemos r_t a los residuos estimados y a los estimadores mínimo cuadráticos $\hat{\alpha}_0$, $\hat{\alpha}_1$ y $\hat{\alpha}_2$.

$$r_t \equiv y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 y_{t-1} - \hat{\alpha}_2 x_t$$

Un contraste sensible a autocorrelación de primer orden que usa un estimador de la forma de producto exterior de la matriz de información es el test t del coeficiente del regresor $r_t r_{t-1}$ en la siguiente regresión artificial de mínimos cuadrados ordinarios.

$$1 \text{ sobre } r_t r_{t-1}, \quad r_t, \quad r_t y_{t-1}, \quad r_t x_t$$

Donde 1 es una columna de unos, una variable dependiente constante. El contraste anterior ha sido propuesto por Alastair Hall (1985).

Aquí analizamos el comportamiento de ese contraste en diferentes circunstancias, con regresores estacionarios y con un regresor con tendencia, con heteroscedasticidad multiplicativa y con cambio discreto en la varianza. También hemos considerado cambios en la dinámica del modelo. En cada cuadro estudiamos los casos de ausencia de correlación, correlación ligera y correlación severa ($\rho=0, 0,3$ y $0,7$) y los casos de homoscedasticidad, heteroscedasticidad ligera y heteroscedasticidad severa. El comportamiento del contraste se ha estudiado, como vemos, bajo las hipótesis nula y alternativa. Los valores de los parámetros son: $\alpha_0=0,1$; $\alpha_1=(-0,9, -0,5, -0,2, 0,2, 0,5, 0,9)$; $\alpha_2=(100, 0,8)$. El R^2 medio varía entre $0,97$ y $0,45$, pero basamos nuestras comparaciones en situaciones con R^2 medio entre $0,96$ y $0,93$.

Una versión asintóticamente equivalente del contraste anterior con propiedades de muestras finitas posiblemente mejoradas consistiría en sustituir los residuos estimados por los residuos estandarizados $r_t^* = r_t / \sqrt{1 - k_{tt}}$, donde k_{tt} es el elemento

diagonal t -ésimo de la matriz de "predicción" $X(X'X)^{-1}X'$, donde X es la matriz de regresores. En este caso estaríamos usando una versión insesgada del estimador de la matriz de covarianzas consistente a heteroscedasticidad. El contraste se podría realizar como el test t del coeficiente del regresor $r_t^* r_{t-1}^*$ de la regresión artificial de mínimos cuadrados ordinarios

1 sobre $r_t^* r_{t-1}^*, r_t^*, r_t^* y_{t-1}, r_t^* x_t$.

Este contraste es sensible a malas especificaciones que causan correlación serial en los residuos y debería tener mejor comportamiento en pequeñas muestras que la versión anterior que emplea los residuos sin corregir (r_t). El comportamiento de este contraste es analizado en los cuadros siguientes en las mismas condiciones que acabamos de describir para el contraste anterior.

Bajo homoscedasticidad condicional podemos computar un contraste asintóticamente equivalente al anterior regresando

r_t sobre $r_{t-1}, 1, y_{t-1}, x_t$.

El estadístico del contraste es ahora el test t del regresor r_{t-1} en la regresión anterior:

Esta es la forma tradicional de los contrastes de los Multiplicadores de Lagrange (LM) para autocorrelación de primer orden. El comportamiento en muestras pequeñas de este contraste se analiza de manera análoga a la de los contrastes anteriores y también se evalúa el comportamiento relativo de los tres contrastes.

Los resultados de los experimentos para estos contrastes se sintetizan en los cuadros 1 al 12 y 21 y 22.

Los cuadros son bastante claros, por lo que aquí comentaremos sólo sus rasgos más salientes. En los cuadros 1 al 3 analizamos el comportamiento en pequeñas muestras del contraste de autocorrelación consistente a heteroscedasticidad, el contraste que usa la matriz de covarianzas insesgada y el contraste LM inconsistente a heteroscedasticidad.

Lo primero que uno nota es que bajo la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación los porcentajes de rechazos de los contrastes consistentes a heteroscedasticidad están muy próximos a sus tamaños nominales asintóticos. Sin embargo los tamaños computados están significativamente por encima del valor nominal del 5% en los casos de heteroscedasticidad.

El aumento del tamaño de la muestra normalmente ayuda a situar el porcentaje de rechazos más cerca de su valor nominal.

En el caso de correlación serial suave ($\rho = 0,3$) es importante notar el poder relativamente bajo de todos los contrastes, y cómo el poder aumenta, drásticamente en algunos casos, cuando el tamaño de la muestra se dobla. Nótese que cuando el tamaño de la muestra es 25 (Cuadros 21 y 22) el poder empírico de los contrastes está muy próximo a su tamaño para $\rho = 0,3$.

Vale la pena mencionar, como ha señalado Engle, que una autocorrelación de 0,3 es realmente muy baja y no está lejos de la hipótesis nula y que decae muy rápidamente, siendo 0,09 dos períodos más adelante.

El poder de todos los contrastes parece disminuir cuando aumenta la heteroscedasticidad, y los contrastes consistentes a heteroscedasticidad parecen comportarse mejor que los contrastes inconsistentes, aunque no significativamente mejor.

El poder de todos los contrastes parece decrecer cuando hay heteroscedasticidad condicional. Sin embargo eso se debe al hecho de que bajo heteroscedasticidad severa el R^2 medio está alrededor de 0,45, mientras que bajo heteroscedasticidad suave es aproximadamente 0,93 y bajo homoscedasticidad es 0,96.

En los cuadros 21 y 22, en la columna 2, llevamos a cabo varios contrastes bajo heteroscedasticidad severa, pero reducimos la varianza para obtener un R^2 promedio de 0,96. Estos resultados muestran que los contrastes tienen un poder empírico que es sólo ligeramente inferior al caso de homoscedasticidad condicional.

En el caso de correlación severa ($\rho = 0,7$) el poder de los contrastes aumenta drásticamente y en muchos casos es próximo a la unidad. Para tamaños de muestra iguales a 25 observaciones, el poder del contraste es todavía lejano a la unidad (0,628), incluso para el caso de $\rho = 0,7$.

De aquí podemos concluir que la heteroscedasticidad puede afectar al poder de los contrastes ligeramente, pero el tamaño de muestra lo puede afectar considerablemente. El R^2 del modelo también puede afectar considerablemente al comportamiento de los contrastes, esto es, es mucho más difícil detectar una mala especificación cuando el modelo tiene un R^2 bajo. Por otro lado parece no haber ninguna ganancia o pérdida especial por usar contrastes de autocorrelación consistentes a heteroscedasticidad.

Estas conclusiones deberían tomarse con precaución puesto que los contrastes inconsistentes a heteroscedasticidad parecen comportarse ligeramente mejor bajo la hipótesis nula. Los tamaños de los contrastes

consistentes a heteroscedasticidad están significativamente por encima de sus tamaños nominales.

Estos hechos pueden indicar que en una situación como la presente, uno debería comparar los poderes de los contrastes sólo después de haber ajustado por las diferencias en sus tamaños nominales. En una situación como esta el investigador aplicado quizá debería usar los contrastes de autocorrelación inconsistentes a heteroscedasticidad.

En las páginas siguientes variamos las condiciones de nuestros experimentos para investigar la validez de estas conclusiones tentativas.

2.2. Contrastes de autocorrelación con regresores con tendencia.

Para este experimento usamos como regresor x el logaritmo del PIB norteamericano a precios de 1972 y $\alpha_2 = 0,8$. Los resultados de nuestros experimentos se resumen en los cuadros 4 al 6. En la Figura 2 tenemos un gráfico de x para $n=50$ (y de la mitad de x para $n=100$) bajo el nombre de $z50$.

En el caso de ausencia de correlación serial de orden uno y ausencia de heteroscedasticidad el contraste inconsistente a heteroscedasticidad tiene un mejor comportamiento que los otros contrastes, y parece tener un comportamiento similar en los casos de heteroscedasticidad.

De nuevo encontramos que bajo la hipótesis nula, el tamaño empírico del contraste inconsistente a heteroscedasticidad es próximo a su tamaño nominal asintótico mientras que el tamaño empírico de los contrastes consistentes a heteroscedasticidad están

significativamente por encima de sus tamaños nominales. De nuevo una comparación adecuada de los poderes requeriría un ajuste por los tamaños diferentes de los contrastes.

En el caso de autocorrelación serial ligera ($\rho=0,3$), bajo homoscedasticidad, el contraste consistente a heteroscedasticidad rechaza con una frecuencia ligeramente mayor que el contraste inconsistente. Observamos de nuevo un porcentaje de rechazos muy bajo cuando el tamaño de la muestra es cincuenta, y un aumento dramático cuando el tamaño de la muestra se incrementa a 100 observaciones.

También observamos que el porcentaje de rechazos disminuye en presencia de heteroscedasticidad, y esto ocurre para todos los contrastes. Esto se debe de nuevo al menor R^2 de los modelos con heteroscedasticidad severa.

Cuando la autocorrelación es acusada ($\rho=0,7$), se hace más fácil de detectar, pero para un tamaño de muestra de 50, el poder empírico está todavía lejos de la unidad.

2.3. Contrastes de autocorrelación serial de primer orden cuando hay un cambio discreto en la varianza.

Los cuadros 7 al 9 muestran los resultados de nuestros experimentos en los cuales el mecanismo que genera los datos es el mismo que en los cuadros 1 al 3, excepto que ahora la heteroscedasticidad toma la forma de un cambio discreto en la varianza del término de error de la siguiente naturaleza.

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t H_t \quad \epsilon_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$H_t = 1$ para $t=1, \dots, 25; 51, \dots, 75.$

$H_t = \beta$ para $t=26, \dots, 50; 76, \dots, 100.$

$\beta = (1, 10, 50)$

El Cuadro 7 presenta los resultados del contraste consistente a heteroscedasticidad sin modificar, el Cuadro 8 el contraste consistente a heteroscedasticidad que usa la matriz de covarianzas insesgada y el Cuadro 9 el contraste LM usual (contraste inconsistente a heteroscedasticidad).

Bajo la hipótesis nula de no autocorrelación ($\rho=0$) los contrastes consistentes a heteroscedasticidad se comportan bien, sin embargo el porcentaje de rechazos del contraste inconsistente a heteroscedasticidad es inaceptablemente alto, lo cual descalifica a este test para consideraciones subsiguientes.

Bajo autocorrelación suave ($\rho=0,3$) de nuevo observamos que la presencia de heteroscedasticidad hace más difícil la detección de la autocorrelación para todos los tests, aunque las diferencias que se observan en los cuadros pueden ser engañosas debido a que los R^2 son mucho más bajos en los casos de heteroscedasticidad severa que en los casos de homoscedasticidad.

De nuevo observamos que el aumento en el tamaño de la muestra al doble aumenta el porcentaje de rechazos aproximadamente al doble, sugiriendo de nuevo que el tamaño de la muestra es crucial para obtener un poder razonable de los contrastes.

Un hecho sorprendente es el observar que el contraste consistente a heteroscedasticidad tiene una

frecuencia de rechazos mayor bajo heteroscedasticidad que el propio test consistente a heteroscedasticidad, sugiriendo que este test podía ser el preferido bajo cualquier circunstancia. Sin embargo hay que notar que el tamaño empírico del contraste inconsistente no es apropiado (14,55% a un tamaño nominal del 5%), sugiriendo que este contraste tiene una tendencia a sobrerrechazar en todas las circunstancias que haría muy difícil interpretar un rechazo.

En el caso de autocorrelación severa, ($\rho = 0,7$) el patrón es similar al que ya hemos visto en experimentos anteriores. El porcentaje de rechazos se aproxima a la unidad bajo homoscedasticidad condicional y disminuye al decrecer el R^2 . El mayor porcentaje de rechazos corresponde de nuevo al contraste inconsistente a heteroscedasticidad, pero el tamaño no es apropiado.

Parece no haber ninguna ventaja clara por usar la versión modificada del contraste consistente a heteroscedasticidad en vez de la versión original, dado el mayor coste computacional de la versión modificada⁴. Con respecto a la elección entre contrastes consistentes e inconsistentes a heteroscedasticidad parece no haber ninguna receta simple para usar en todos los casos. Lo que sí parece sensato es usar los contrastes inconsistentes a heteroscedasticidad, excepto en el caso de un cambio discreto en la varianza, en el que la evidencia en favor de usar el contraste consistente a heteroscedasticidad (sin modificar) parece clara.

2.4. Contrastes de autocorrelación variando la dinámica del modelo

En los cuadros 13 al 16 analizamos el comportamiento de los contrastes de autocorrelación cuando

modificamos el proceso que genera los datos del Cuadro 1 para considerar un ajuste dinámico más lento.

$$y_t = 0,1 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

y ahora $\alpha_1 = 0,9$ en vez de 0,5 como había sido en los cuadros anteriores.

En el cuadro 13 presentamos los resultados para el contraste consistente a heteroscedasticidad que usa la matriz de covarianzas insesgada, y en el cuadro 14 presentamos los resultados para el contraste LM usual (inconsistente a heteroscedasticidad).

Los resultados son muy similares a los de los cuadros 2 y 3, excepto que la existencia de heteroscedasticidad aumenta ligeramente el porcentaje de rechazos en vez de disminuirla como en los cuadros 2 y 3. El tamaño de la muestra es de nuevo crítico para obtener un porcentaje aceptable de rechazos. Los dos contrastes se comportan de manera análoga y ambos tienen un buen comportamiento en muestras finitas.

A continuación investigamos con más detalle los efectos de la interacción entre la dinámica del modelo y la presencia de heteroscedasticidad sobre el comportamiento en muestras pequeñas de los contrastes. Para hacer esto variamos la dinámica del mecanismo que genera los datos. Presentamos nuestras conclusiones en los cuadros 15 y 16. Hemos usado el mismo proceso que en los cuadros anteriores pero con autocorrelación suave ($\rho=0,3$) y una muestra de tamaño cincuenta ($n=50$). En el Cuadro 15 analizamos el comportamiento de los tres contrastes bajo homoscedasticidad y el parámetro de la variable dependiente retrasada varía a lo largo de los valores

$$\alpha_1 = (-0,9, -0,5, -0,2, 0,2, 0,5, 0,9).$$

Como vemos en el Cuadro 15, los dos contrastes consistentes a heteroscedasticidad se comportan de manera análoga, con un porcentaje de rechazos (y tamaño) ligeramente superior en el caso del contraste modificado. Ambos tienen un porcentaje de rechazos superior al del contraste inconsistente a heteroscedasticidad, sin embargo la diferencia no es significativa en muchos casos y no es uniforme para todos los tamaños nominales. Para el caso del tamaño nominal del 1% el contraste inconsistente a heteroscedasticidad parece comportarse ligeramente mejor que los contrastes consistentes a heteroscedasticidad.

En el Cuadro 16 presentamos nuestros resultados para los tres contrastes en el caso de heteroscedasticidad severa. Lo primero que observamos es una caída generalizada en el porcentaje de rechazos con respecto a la situación de homoscedasticidad excepto para el caso de $\alpha_1 = 0,9$. Esto se debe al menor R^2 de los modelos con heteroscedasticidad severa. También observamos un comportamiento similar de los dos contrastes consistentes a heteroscedasticidad y ambos se comportan mejor que en el contraste inconsistente a heteroscedasticidad excepto en el caso de $\alpha_1 = 0,9$.

2.5. Conclusiones de los contrastes de autocorrelación

Los resultados de los experimentos que se presentan en los cuadros 1 a 16 y 21 y 22 sugieren las siguientes conclusiones, sujetas como siempre a las cualificaciones usuales acerca de los resultados experimentales.

1. Los contrastes consistentes a heteroscedasticidad se comportan bien tanto bajo la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación como bajo las

alternativas, e incluso son preferidos a los contrastes inconsistentes a heteroscedasticidad en ciertos casos (cambio discreto en la varianza y autocorrelación ligera con heteroscedasticidad severa).

2. El contraste de autocorrelación consistente a heteroscedasticidad que usa la matriz de covarianzas insesgada parece comportarse ligeramente mejor que la versión original pero su mayor coste computacional puede desaconsejar su uso por los investigadores aplicados.
3. El poder de los contrastes de autocorrelación para muestras de tamaño modesto ($n=50$, $n=25$) es bajo, e inferir que no hay autocorrelación cuando no rechazamos la hipótesis nula después de efectuar uno de estos contrastes puede resultar precipitado. Sin embargo uno debería notar que una autocorrelación de $\rho=0,3$ no está lejos de la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación.
4. En muchos casos la presencia de heteroscedasticidad dificulta la detección de la autocorrelación. Sin embargo si comparamos modelos con R^2 similares a los obtenidos bajo homoscedasticidad condicional, el poder empírico de los contrastes es muy similar.

Las conclusiones anteriores han sido contrastadas en un rango de experimentos razonablemente amplio. Sin embargo no agotan el posible rango de aplicaciones del marco general de contrastación que acabamos de presentar, y deberían tomarse como simples indicaciones del verdadero comportamiento de los contrastes en pequeñas muestras. En la mayoría de las situaciones que hemos visto (y otras que no se han presentado aquí) el contraste favorito sería el contraste inconsistente a heteroscedasticidad, excepto en

el caso de un cambio discreto en la varianza. En ese caso el contraste elegido sería el contraste consistente a heteroscedasticidad (sin modificar).

3. Contrastes de la matriz de información dinámica sensibles a mala especificación dinámica, forma funcional y no linealidades

Este tipo de contrastes fué propuesto originalmente por White (1985) y Pérez Amaral (1986). Se basan en la igualdad de la matriz de información dinámica y un rechazo implicaría la inconsistencia del estimador usual de la matriz de varianzas y covarianzas.

Los contrastes tal como fueron propuestos originalmente por White se pueden computar como la regresión de mínimos cuadrados ordinarios de una columna de unos sobre el indicador elegido y los regresores de la regresión original.

De nuevo usamos el mismo mecanismo generador de los datos que en el Cuadro 1, excepto que la correlación serial tiene ahora una estructura diferente. Véase en Pérez Amaral (1986) una gran variedad de posibles estructuras diferentes.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \gamma x_{t-1} u_{t-1} + \epsilon_t H_t \quad \epsilon_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$$H_t = 1 + \beta x_t$$

La autocorrelación del modelo anterior se puede considerar como una autocorrelación que varía con un regresor, o bien una no linealidad que se ha pasado por alto.

Si decidimos hacer un contraste contra la anterior estructura deberíamos usar el indicador $x_t x_{t-1}$ y en ese caso la versión consistente a

heteroscedasticidad del contraste se puede computar como el test t del coeficiente del regresor r_t $x_{t-1}r_{t-1}$ en la regresión minimocuadrática artificial de

$$1 \text{ sobre } r_t x_{t-1} r_{t-1}, \quad r_t, \quad r_t y_{t-1}, \quad r_t x_t$$

Si usamos el estimador insesgado de la matriz de varianzas y covarianzas, podemos sustituir r_t por $r_t^* = r_t / \sqrt{1 - k_{tt}}$ en la regresión anterior y llevar a cabo el contraste de manera análoga.

Un contraste asintóticamente equivalente al anterior, que sólo sería válido bajo homoscedasticidad condicional sería el siguiente: llevamos a cabo la regresión minimocuadrática de

$$r_t \text{ sobre } x_{t-1} r_{t-1}, \quad 1, \quad y_{t-1}, \quad x_t$$

y entonces el test t del coeficiente del regresor $x_{t-1} r_{t-1}$ sería el contraste apropiado.

En los cuadros 17 al 19 presentamos los resultados de los contrastes anteriores. En ellos vemos que todos los contrastes se comportan de manera muy aceptable bajo la hipótesis nula, con tamaños empíricos próximos a sus tamaños nominales, excepto en el caso de heteroscedasticidad severa. Hay que señalar, sin embargo, que el tamaño de los contrastes consistentes a heteroscedasticidad está más cerca de su tamaño nominal que el contraste inconsistente. En este caso el contraste elegido sería, por tanto, el contraste consistente a heteroscedasticidad, sin modificar.

Cuando hacemos $\gamma=30$, el porcentaje de rechazos aumenta a niveles entre el 50 y el 94%. De nuevo observamos que el tamaño de la muestra es crucial para

determinar el poder empírico de los contrastes. Los dos contrastes consistentes a heteroscedasticidad se comportan de manera muy parecida y la presencia de heteroscedasticidad no parece afectar significativamente al comportamiento de los contrastes. En el caso de $\gamma=60$ los porcentajes de rechazos aumentan drásticamente y se hacen próximos a la unidad.

También hemos hecho simulaciones basadas en el indicador $u_t y_{t-1} u_{t-1}$, habiendo encontrado un buen comportamiento en muestras de tamaño moderado de los contrastes, muy similar al que acabamos de describir, excepto en que el rango de parámetros para los cuales el modelo no es explosivo está más limitado.

Los resultados de los experimentos que acabamos de describir sugieren las siguientes conclusiones

1. Los contrastes de la matriz de información dinámica sensibles a mala especificación de la forma funcional y/o no linealidades tienen buenas propiedades de tamaño y poder en muestras de tamaño moderado.
2. En el momento presente los contrastes consistentes a heteroscedasticidad parecen tener un comportamiento ligeramente superior al de los contrastes inconsistentes a heteroscedasticidad.

4. Comportamiento de contrastes para efectos ARCH en presencia de otro tipo de heteroscedasticidad condicional.

Los contrastes para efectos ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) fueron propuestos originalmente por Engle (1982).

Estos contrastes son casos especiales de los contrastes de la matriz de información dinámica. En este contexto una duda que surge naturalmente es la siguiente: ¿cómo se comportan los contrastes de efectos ARCH en presencia de heteroscedasticidad condicional que varía con alguno de los regresores? Para contestar esta pregunta hemos llevado a cabo los experimentos siguientes, que presentamos en el Cuadro 20.

El mecanismo que genera los datos es ahora igual que en el Cuadro 1 excepto que la estructura del término de error es como sigue

$$u_t = \zeta_t H_t ((1-\rho) + \rho u_{t-1}^2)^{1/2}$$

$$\zeta_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$$H_t = 1 + \beta x_t \quad \rho = (0, 0, 8) \quad \beta = (0, 80)$$

El mecanismo anterior permite homoscedasticidad condicional ($\rho=0$, $\beta=0$) y la combinación de dos fuentes diferentes de heteroscedasticidad condicional: ARCH y heteroscedasticidad condicional que varía con la x_t . El contraste para ARCH es el test t del coeficiente de los residuos al cuadrado retrasados en una regresión de mínimos cuadrados ordinarios en la que la variable dependiente es los residuos al cuadrado y los regresores son una constante y los residuos al cuadrado retrasados

$$r_t^2 \text{ sobre } 1, \quad r_{t-1}^2$$

El contraste LM de heteroscedasticidad se computa con una regresión minimocuadrática de

$$r_t^2 \text{ sobre } 1, x_t^2$$

y el contraste será el test t del coeficiente del regresor x_t^2 .

El Cuadro 20 nos muestra un comportamiento muy bueno de ambos contrastes bajo la hipótesis nula, aunque los tamaños empíricos están por debajo de los nominales. El test de ARCH tiene un buen porcentaje de rechazos siempre que tenemos residuos ARCH. El test LM de heteroscedasticidad se comporta bien cuando no hay efectos ARCH, sin embargo en presencia de efectos ARCH su comportamiento es poco fiable con un poder empírico próximo a su tamaño nominal.

De aquí podemos concluir que los contrastes para efectos ARCH funcionan bien en muestras de tamaño moderado, como ya habían señalado otros estudios y además no se deja engañar por la presencia de otro tipo de heteroscedasticidad condicional. Por otro lado la presencia de efectos ARCH puede enmascarar la presencia de otros tipos de heteroscedasticidad a los ojos del contraste LM que hemos usado para detectar heteroscedasticidad condicional.

5. Conclusiones

Hemos estudiado el comportamiento de varios contrastes de especificación en el contexto de regresión lineal. Todos ellos son contrastes m y en particular contrastes de la matriz de información dinámica:

Los resultados que se presentan en los cuadros 1 al 22 sugieren las siguientes conclusiones (sujetas a las salvaguardias habituales para los resultados experimentales):

- 1) En las situaciones que hemos considerado, el comportamiento de los contrastes que usan la forma de producto exterior de la matriz de información es similar al de los contrastes que usan la forma hessiana de la matriz de información. Esto abre un amplio campo de aplicabilidad de los contrastes m y de la matriz de información dinámica en situaciones no estándar tales como modelos logit y probit dinámicos, tobit, poisson, gamma, ARCH, ARCH-M y GARCH.
- 2) El tamaño de la muestra y el R^2 son más importantes a la hora de determinar el poder empírico de los contrastes que la forma específica del contraste que usemos.
- 3) Los contrastes basados en los indicadores que sugiere la igualdad de la matriz de información dinámica tienen un buen comportamiento en muestras finitas.
- 4) Los contrastes consistentes a heteroscedasticidad en el contexto de regresión lineal tienen buen comportamiento en pequeñas muestras, comparable en todas las situaciones al de los contrastes LM tradicionales (inconsistentes a heteroscedsticidad) y

en varios casos mejor (especialmente si hay un cambio discreto en la varianza).

- 5) El contraste consistente a heteroscedasticidad que usa la matriz de varianzas y covarianzas insesgada se comporta ligeramente mejor que la versión original, pero esta pequeña ganancia puede no justificar su mayor dificultad computacional, dependiendo ésta del paquete estadístico que uno esté usando⁵.
- 6) Los contrastes de ARCH tienen un buen comportamiento incluso en presencia de heteroscedasticidad condicional de otro tipo. Los contrastes de heteroscedasticidad, por otro lado, pueden verse seriamente afectados en presencia de efectos ARCH y tienen un poder muy bajo incluso contra la heteroscedasticidad condicional para la cual son test LM óptimos.
- 7) Bajo la mayoría de circunstancias que hemos estudiado el contraste de autocorrelación recomendado sería el contraste LM habitual. Sin embargo si tenemos una situación con cambio discreto en la varianza, el contraste recomendado sería el contraste consistente a heteroscedasticidad (sin modificar).

Este estudio se puede extender en varias direcciones interesantes. Sin embargo el objetivo del trabajo es establecer que el uso de contrastes que emplean estimadores de la forma de producto exterior de la matriz de información es una posibilidad interesante, teórica y empíricamente.

Otros estudios anteriores sugerían que estos contrastes tendrían un comportamiento defectuoso en muestras finitas. Esa posibilidad existe en algunos casos especiales, pero incluso en esos casos, esos estudios sugieren modificaciones en los contrastes originales

que resultan en comportamientos satisfactorios en muestras finitas. Conviene resaltar que los contrastes que hemos estudiado en este trabajo son del tipo dinámico y los contrastes que presentan un comportamiento más deficiente en muestras pequeñas son del tipo de heteroscedasticidad (estáticos).

El desarrollo y aplicación de contrastes que usan la forma del producto exterior de la matriz de información son un campo muy prometedor para la investigación futura, sobre todo los contrastes dinámicos.

Notas

1. Las simulaciones de este trabajo se han llevado a cabo usando un IBM 370/3081 en el Banco de España.
2. Los resultados de Cavanagh (1985) indican que los contrastes que usan la forma de producto exterior de la matriz de información tienen un poder menor que los homónimos que usan la forma hesiana. El ilustra sus resultados usando un ejemplo de una normal truncada. Las diferencias de poder de los contrastes LM que se presentan en el Cuadro 2 de ese trabajo no son muy grandes, de hecho. Las deficiencias del cuadro 1 son grandes en sólo 2 de los 12 ajemplos. Además la elección del ejemplo puede resultar sesgada en contra de los estimadores que usan la forma de producto exterior de la matriz de información.
3. Orme (1987) estudia el comportamiento en muestras finitas del contraste de la matriz de información estático y encuentra que tiene una tendencia sistemática a sobrerrechazar incluso en muestras bastante grandes. Este comportamiento puede ser debido al uso de una normal truncada para generar los errores del estudio de Monte Carlo. Otra posible explicación sería el uso indiscriminado del contraste contra varias alternativas generales. Sería interesante estudiar el comportamiento del contraste cuando desaparece el truncaje y cuando se usa contra una sola alternativa cada vez.
4. Conviene resaltar que ARCH quiere decir heteroscedasticidad condicional autorregresiva y que ahora estamos tratando al mismo tiempo con otra fuente

de heteroscedasticidad condicional, que está relacionada con uno de los regresores.

5. Es trivial en Speakeasy y Rats, pero más complicado en TSP.

REFERENCIAS

Bera, Anil K.(1986) "Model Specification Test Through Eigenvalues", Working Paper, Department of Economics, University of Illinois.

Bollerslev, Tim (1986) "Generalized Autorregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, 31, pp. 307-327.

Cavanagh, C.L. (1985). "Second Order Admissibility of Likelihood Based Tests", Harvard Institute of Economic Research, Discussion Paper 1148.

Davidson, R. y James G. Mackinnon (1985) "Heteroskedasticity-Robust Tests in Regression Directions", manuscrito, Queen's University, Department of Economics.

Dorfman, A. (1988) "A finite Sample Comparison of White's Direct and Simple Tests for Heteroskedasticity" Journal of Statistical Computations and Simulation, Vol. 29, pp. 299-308.

Engle, Robert F.(1982) "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", Econometrica, 50, pp 987-1007.

Hall, A. (1985) "Heteroskedasticity Robust Lagrange Multiplier Tests for Serial Correlation and a Simplified Method of their Calculation.", manuscrito.

Kiviet, Jan F.(1981), "On the rigour of some Misspecification Tests for Modelling Dynamic Relationships", manuscrito, University of Amsterdam.

Newey, W. (1985), "Maximum Likelihood Specification Testing and Conditional Moment Tests", *Econometrica* 53, 1047-1070.

Orme, Chris (1987) "The small sample performance of the Information Matrix Test", Working Paper, Department of Economics, University of Nottingham.

Pérez Amaral, T. (1986) "M-tests and Dynamic Information Matrix Tests with and Application to Linear Regression" UCSD, mimeo.

Ruud, P.A. (1984), "Tests of Specification in Econometrics", *Econometric Reviews* 3, pp 211-242.

Tauchen, G. (1984), "Diagnostic Testing and Evaluation of Maximum Likelihood Models", Duke University Working Papers in Economics, 84-01.

Taylor, Larry, W. (1987) "An application of modified ERA'S to White's Information Matrix Test", working paper, Leigh University.

White, H. (1985) "Specification Testing in Dynamic Models", UCSD Discussion Paper 85-30R.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE
PRIMER ORDEN, USANDO LA t

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa		
		$\beta=0$		$\beta=50$		$\beta=500$		
no autocorrelación $\rho=0$	n=50	0,0592 (0,0037)	0,0125 (0,0017)	0,0625 (0,0038)	0,0107 (0,0016)	0,0647 (0,0039)	0,0117 (0,0017)	
	n=100	0,0517 (0,0035)	0,00975 (0,0015)	0,0540 (0,0035)	0,0082 (0,0014)	0,0625 (0,0038)	0,0117 (0,0017)	
	n= 50	0,3705 (0,0076)	0,1547 (0,0057)	0,3595 (0,0075)	0,1387 (0,0054)	0,2975 (0,0072)	0,1015 (0,0047)	
	suave $\rho=0,3$	n=100	0,7449 (0,0068)	0,500 (0,0079)	0,7102 (0,0071)	0,4567 (0,0078)	0,5012 (0,0079)	0,2530 (0,0068)
	n=50	0,9672 (0,0024)	0,9045 (0,0046)	0,9597 (0,0031)	0,8680 (0,0053)	0,7690 (0,0066)	0,5103 (0,0079)	
	autocorrelación severa $\rho=0,7$	n=100	1 1	0,9997 (0,0002)	0,9990 (0,0005)	0,9697 (0,0027)	0,8789 (0,0051)	
tamaños nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%	

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. Los errores estándar no paramétricos están entre paréntesis.

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t H_t;$$

x es la tasa de aumento del producto interior bruto de Estados Unidos en términos reales. Los errores estándar están calculados con la fórmula no paramétrica: $\hat{\sigma} = \sqrt{p(1-p)/n}$ donde p es la frecuencia de rechazos computada y n el tamaño de la muestra.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN, USANDO LA t^*
EMPLEANDO LA MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS INSEGADA (r_t^*)

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta=0$		$\beta=50$		$\beta=500$	
no autocorrelación $\rho=0$	n= 50	0,0662 (0,0039)	0,0102 (0,0016)	0,0650 (0,0039)	0,0110 (0,0016)	0,0647 (0,0039)	0,0117 (0,0017)
	n=100	0,0520 (0,0035)	0,0100 (0,0015)	0,0550 (0,0036)	0,0087 (0,0014)	0,0622 (0,0038)	0,0115 (0,0017)
autocorrelación suave $\rho=0,3$	n = 50	0,3725 (0,0076)	0,1570 (0,0057)	0,3605 (0,0076)	0,1422 (0,0055)	0,2935 (0,0072)	0,0987 (0,0047)
	n=100	0,7452 (0,0069)	0,4947 (0,0079)	0,7110 (0,0071)	0,4562 (0,0079)	0,5000 (0,0079)	0,2495 (0,0068)
autocorrelación severa $\rho=0,7$	n=50	0,9762 (0,0024)	0,9037 (0,0046)	0,9602 (0,0030)	0,8675 (0,0053)	0,7683 (0,0066)	0,5054 (0,0079)
	n=100	1 (0,0002)	0,9997 (0,0002)	0,9997 (0,0002)	0,9990 (0,0005)	0,9687 (0,0027)	0,8772 (0,0052)
tamaños nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. Los errores estándar no paramétricos están entre paréntesis.

**CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL INCONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD
DE PRIMER ORDEN USANDO LA t**

		Homoscedasticidad		Heterocedasticidad		Heteroscedasticidad	
		$\beta=0$		suave $\beta=50$		severa $\beta=500$	
no autocorrelación	n= 50	0,0482	0,0092	0,0545	0,0120	0,0527	0,0122
		(0,0034)	(0,0015)	(0,0036)	(0,0017)	(0,0035)	(0,0017)
autocorrelación	n=100	0,04675	0,0082	0,0507	0,0097	0,0590	0,0125
	$\rho=0$	(0,0033)	(0,0014)	(0,0034)	(0,0015)	(0,0037)	(0,0017)
suave	n= 50	0,3515	0,1572	0,3412	0,1555	0,2647	0,1010
		(0,0075)	(0,0057)	(0,0075)	(0,0057)	(0,0069)	(0,0047)
autocorrelación	n=100	0,7402	0,5117	0,7192	0,4937	0,4915	0,2625
	$\rho=0,3$	(0,0069)	(0,0079)	(0,0071)	(0,0079)	(0,0079)	(0,0070)
severa	n= 50	0,9777	0,9322	0,9685	0,9055	0,7683	0,5807
		(0,0023)	(0,0039)	(0,0027)	(0,0046)	(0,0066)	(0,0078)
autocorrelación	n=100	1	1	0,9997	0,9992	0,9745	0,9190
	$\rho=0,7$			(0,0002)	(0,0004)	(0,0024)	(0,0043)
maños							
minales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

% as: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%.

valor
est

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD
DE PRIMER ORDEN, USANDO LA t

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 0,02$		$\beta = 0,2$	
no autocorrelación	n= 50	0,0650	0,0097	0,0747	0,0142	0,0747	0,0155
		(0,0037)	(0,0015)	(0,0041)	(0,0018)	(0,0041)	(0,0020)
p=0	n=100	0,0675	0,01700	0,0597	0,0105	0,0600	0,0095
		(0,0039)	(0,0020)	(0,0037)	(0,0016)	(0,0037)	(0,0015)
suave	n= 50	0,2820	0,1057	0,2787	0,0892	0,2755	0,0890
		(0,0071)	(0,0048)	(0,0070)	(0,0045)	(0,0070)	(0,0045)
p=0,3	n=100	0,7105	0,4650	0,3687	0,1615	0,3658	0,1557
		(0,0071)	(0,0079)	(0,0076)	(0,0058)	(0,0079)	(0,0059)
severa	n= 50	0,7790	0,5490	0,7182	0,4407	0,7167	0,4395
		(0,0065)	(0,0078)	(0,0071)	(0,0078)	(0,0070)	(0,0070)
p=0,7	n=100	1	0,9972	0,9330	0,7885	0,9282	0,7772
			(0,0008)	(0,0039)	(0,0064)	(0,0040)	(0,0065)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Frecuencias de rechazo basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. x = producto nacional bruto norteamericano en base 1972, con tendencia; $\alpha_2=0,8$ y $y(1) = 900$.

Cuadro 5

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD
QUE USA LA MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS INSEGADA (r_t^*)

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 0,02$		$\beta = 0,2$	
no autocorrelación	n= 50	0,0607 (0,0037)	0,0100 (0,0015)	0,0747 (0,0041)	0,0140 (0,0018)	0,0742 (0,0041)	0,0145 (0,0019)
	n=100	0,0700 (0,0040)	0,0172 (0,0020)	0,0582 (0,0036)	0,0150 (0,0016)	0,0590 (0,0037)	0,0095 (0,0015)
	$\rho=0$						
suave	n= 50	0,2825 (0,0071)	0,1052 (0,0048)	0,2760 (0,0070)	0,0882 (0,0045)	0,2740 (0,0070)	0,0877 (0,0044)
	n=100	0,7030 (0,0072)	0,4567 (0,0078)	0,3682 (0,0076)	0,1620 (0,0058)	0,3600 (0,0076)	0,1522 (0,0057)
	$\rho=0,3$						
severa	n= 50	0,7735 (0,0066)	0,5465 (0,0078)	0,7137 (0,0071)	0,4362 (0,0078)	0,7127 (0,0071)	0,4355 (0,0078)
	n=100	0,9997 (0,0002)	0,9965 (0,0009)	0,9325 (0,0039)	0,7887 (0,0064)	0,9285 (0,0040)	0,7762 (0,0065)
	$\rho=0,7$						
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Frecuencias de rechazo basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. x = producto nacional bruto norteamericano en base 1972, con tendencia; $\alpha_2=0,8$ y $y(1)=900$.

**CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN INCONSISTENTE
A HETEROSCEDASTICIDAD, QUE USA LA t**

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 0,02$		$\beta = 0,2$	
no autocorrelación	n= 50	0,0482 (0,0033)	0,0092 (0,0015)	0,0632 (0,0038)	0,0140 (0,0018)	0,0647 (0,0039)	0,0140 (0,0014)
	n=100	0,0515 (0,0035)	0,0102 (0,0016)	0,0552 (0,0036)	0,0092 (0,0015)	0,0585 (0,0037)	0,01175 (0,0017)
$\rho=0$							
suave	n= 50	0,2545 (0,0069)	0,1002 (0,0047)	0,2670 (0,0069)	0,0997 (0,0047)	0,2687 (0,0070)	0,1025 (0,0048)
	n=100	0,6885 (0,0073)	0,4597 (0,0078)	0,3725 (0,0076)	0,1802 (0,0060)	0,3652 (0,0076)	0,1742 (0,0060)
$\rho=0,3$							
severa	n= 50	0,8102 (0,0062)	0,6270 (0,0076)	0,7290 (0,0070)	0,5015 (0,0079)	0,7257 (0,0070)	0,5020 (0,0079)
	n=100	0,9997 (0,0002)	0,9987 (0,0005)	0,9380 (0,0038)	0,8275 (0,0059)	0,9337 (0,0039)	0,8155 (0,0061)
$\rho=0,7$							
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Frecuencias de rechazo basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. x = producto nacional bruto norteamericano en base 1972, con tendencia; $\alpha=0,8$ y $y(1) = 900$.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN QUE USA LA t Y ES
CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD, CAMBIO DISCRETO EN LA VARIANZA

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 1$		$\beta = 10$		$\beta = 50$	
no autocorrelación $\rho=0$	n=50	0,0592 (0,0037)	0,0125 (0,0017)	0,0805 (0,0043)	0,0195 (0,0021)	0,0745 (0,0041)	0,0110 (0,0016)
	n=100	0,0017 (0,0035)	0,0097 (0,0015)	0,0715 (0,0040)	0,0135 (0,0018)	0,0695 (0,0040)	0,0112 (0,0016)
suave $\rho=0,3$	n=50	0,3705 (0,0076)	0,1547 (0,0057)	0,2262 (0,0066)	0,0675 (0,0039)	0,1732 (0,0059)	0,0360 (0,0029)
	n=100	0,7449 (0,0068)	0,500 (0,0079)	0,3502 (0,0075)	0,1427 (0,0055)	0,2442 (0,0063)	0,0795 (0,0043)
severa $\rho=0,7$	n=50	0,9762 (0,0024)	0,9045 (0,0046)	0,5855 (0,0078)	0,2890 (0,0071)	0,4470 (0,0078)	0,1770 (0,0060)
	n=100	1	1	0,8647 (0,0054)	0,6587 (0,0075)	0,744 (0,0069)	0,4677 (0,0079)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Frecuencias de rechazos estimadas basadas en valores críticos asintóticos del 1% y del 5%. x = tasa de aumento del PIB real norteamericano

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t H_t$$

$$H_t = 1 \quad \text{para } t = 1, \dots, 25; 51, \dots, 75$$

$$H_t = \beta \quad \text{para } t = 26, \dots, 50; 76, \dots, 100$$

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN QUE USA LA t
Y ES CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD. CAMBIO DISCRETO EN LA VARIANZA
 USANDO r_t^* , (MATRIZ DE COVARIANZAS INSESADA)

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 1$		$\beta = 10$		$\beta = 50$	
no autocorrelación $\rho=0$	n= 50	0,0662	0,0102	0,0805	0,0190	0,0730	0,0150
		(0,0039)	(0,0016)	(0,0043)	(0,0021)	(0,0041)	(0,0016)
	n=100	0,0520	0,0100	0,0695	0,0122	0,0700	0,0105
		(0,0035)	(0,0015)	(0,0040)	(0,0017)	(0,0040)	(0,0016)
suave autocorrelación $\rho=0,3$	n= 50	0,3725	0,1570	0,2220	0,0660	0,1680	0,0350
		(0,0076)	(0,0057)	(0,0065)	(0,0039)	(0,0059)	(0,0029)
	n= 100	0,7452	0,4947	0,3477	0,1420	0,2412	0,0777
		(0,0068)	(0,0079)	(0,0075)	(0,0055)	(0,0067)	(0,0042)
severa autocorrelación $\rho=0,7$	n= 50	0,9762	0,9037	0,5832	0,2870	0,4430	0,1752
		(0,0024)	(0,0046)	(0,0078)	(0,0071)	(0,0078)	(0,0060)
	n=100	1	0,9997	0,8650	0,6570	0,7410	0,4665
			(0,0002)	(0,0054)	(0,0071)	(0,0069)	(0,0078)
tamaños nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%.

**CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE ORDEN UNO, INCONSISTENTE A
HETEROSCEDASTICIDAD, CAMBIO DISCRETO EN LA VARIANZA**

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 1$		$\beta = 10$		$\beta = 50$	
no autocorrelación	n= 50	0,0482 (0,0034)	0,0092 (0,0015)	0,1127 (0,0050)	0,0367 (0,0029)	0,1395 (0,0054)	0,0500 (0,0034)
	n=100	0,0467 (0,0033)	0,0082 (0,0014)	0,1192 (0,0051)	0,0377 (0,0030)	0,1455 (0,0055)	0,0540 (0,0035)
	$\rho=0$						
suave	n= 50	0,3515 (0,0075)	0,1572 (0,0057)	0,3097 (0,0073)	0,1522 (0,0056)	0,2922 (0,0071)	0,1477 (0,0056)
	n=100	0,7402 (0,0060)	0,5117 (0,0079)	0,4792 (0,0079)	0,2965 (0,0072)	0,4075 (0,0077)	0,2387 (0,0067)
	$\rho=0,3$						
severa	n= 50	0,9777 (0,0023)	0,9322 (0,0039)	0,7015 (0,0072)	0,5240 (0,0079)	0,6177 (0,0076)	0,4380 (0,0078)
	n=100	1	1	0,9322 (0,0039)	0,8462 (0,0057)	0,8695 (0,0053)	0,7515 (0,0068)
	$\rho=0,7$						
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD DE
PRIMER ORDEN USANDO LA t , HETEROSCEDASTICIDAD MULTIPLICATIVA

$$y_t = 0,1 + 0,5y_{t-1} + 100x_t + u_t$$

$$u_t = (u_{t-1}^\rho + e_t)H_t \quad e_t \sim \text{iidn}(0, \sigma^2); \quad H_t = 1 + \beta x_t$$

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 50$		$\beta = 500$	
no autocorrelación	n= 50	0,0592 (0,0037)	0,0125 (0,0017)	0,0625 (0,0038)	0,0107 (0,0016)	0,0647 (0,0038)	0,0117 (0,0017)
	n=100 $\rho=0$	0,0517 (0,0035)	0,0097 (0,0015)	0,0540 (0,0035)	0,0082 (0,0014)	0,0625 (0,0038)	0,0117 (0,0017)
suave $\rho=0,3$	n= 50	0,3705 (0,0076)	0,1547 (0,0057)	0,6912 (0,0073)	0,4082 (0,0077)	1	1
	n=100	0,7449 (0,0068)	0,5000 (0,0079)	0,9675 (0,0028)	0,8787 (0,0051)	1	1
severa $\rho=0,7$	n= 50	0,9762 (0,0024)	0,9045 (0,0046)	0,9985 (0,0006)	0,9797 (0,0022)		
	n=100	1	1	1	1		
tamaños nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 5% y al 1%. Los errores estándar no paramétricos están entre paréntesis. x = tasa de aumento del PNB real norteamericano, a precios constantes de 1972.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN CONSISTENTE A
HETEROSCEDASTICIDAD, USANDO LA t Y r_t^* (HETEROSCEDASTICIDAD MULTIPLICATIVA)

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta=0$		$\beta=50$		$\beta=500$	
no autocorrelación	n=50	0,0595	0,0132	0,0650	0,0110	0,0650	0,0117
		(0,0037)	(0,0018)	(0,0038)	(0,0016)	(0,0038)	(0,0017)
$\rho=0$	n=100	0,0520	0,0100	0,0550	0,0087	0,0622	0,0115
		(0,0035)	(0,0015)	(0,0036)	(0,0014)	(0,0038)	(0,0016)
suave $\rho=0,3$	n= 50	0,3725	0,1570	0,6897	0,4080	1	1
		(0,0076)	(0,0057)	(0,0073)	(0,0077)		
severa $\rho=0,7$	n=100	0,7440	0,4982	0,9670	0,8787	1	1
		(0,0069)	(0,0079)	(0,0028)	(0,0051)		
nominales	n= 50	0,9762	0,9037	0,9982	0,9800		
		(0,0024)	(0,0046)	(0,0006)	(0,0022)		
5%	n=100	1	0,9997	1	1		
			(0,0002)				
1%	n=100	1	1	1	1		

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 5% y al 1%. Los errores estándar no paramétricos están entre paréntesis. x = Tasa de aumento del PNB real norteamericano, a precios constantes de 1972.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN CONSISTENTE A
HETEROSCEDASTICIDAD QUE USA LA MATRIZ DE COVARIANZAS INSEGADA (r_t^*)

EN SU VERSION t , VARIANDO LA DINAMICA DEL MODELO $\alpha_1 = 0,9$

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 50$		$\beta = 500$	
no autocorrelación $\rho=0$	n=50	0,0690 (0,0040)	0,0132 (0,0018)	0,0650 (0,0039)	0,0115 (0,0017)	0,0550 (0,0036)	0,0082 (0,0014)
	n=100	0,0562 (0,0036)	0,0130 (0,0018)	0,0567 (0,0036)	0,0087 (0,0014)	0,0530 (0,0035)	0,0107 (0,0016)
	n= 50	0,3475 (0,0075)	0,1322 (0,0053)	0,3445 (0,0075)	0,1280 (0,0053)	0,4082 (0,0077)	0,1590 (0,0057)
	autocorrelación n=100 suave $\rho=0,3$	0,7425 (0,0069)	0,4840 (0,0079)	0,7245 (0,0070)	0,4637 (0,0079)	0,7285 (0,0070)	0,4635 (0,0078)
autocorrección severa $\rho=0,7$	n= 50	0,9667 (0,0028)	0,8910 (0,0049)	0,9655 (0,0029)	0,8782 (0,0051)	0,9655 (0,0029)	0,8702 (0,0063)
	n=100	1	1	1	0,9987 (0,0005)	1	0,9970 (0,0008)
	tamaños nominales	5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos estimadas están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. x es de nuevo la tasa de aumento del PIB norteamericano en términos reales.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN INCONSISTENTE A
HETEROSCEDASTICIDAD EN SU VERSION t. VARIAMOS LA DINAMICA DEL MODELO

$\alpha_1 = 0,9$ (PARAMETRO DE LA VARIABLE DEPENDIENTE RETRASADA)

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 50$		$\beta = 500$	
no autocorrelación	n= 50	0,0527	0,0095	0,0552	0,0120	0,0570	0,0132
		(0,0035)	(0,0015)	(0,0036)	(0,0017)	(0,0036)	(0,0018)
	n=100	0,0515	0,0097	0,0552	0,0110	0,0582	0,0160
$\rho=0$		(0,0035)	(0,0015)	(0,0036)	(0,0016)	(0,0037)	(0,0019)
suave	n=50	0,3237	0,1422	0,3340	0,1485	0,4060	0,1992
		(0,0074)	(0,0055)	(0,0074)	(0,0056)	(0,0077)	(0,0363)
	n=100	0,7332	0,5040	0,7362	0,5110	0,7535	0,5460
$\rho=0,3$		(0,0069)	(0,0079)	(0,0069)	(0,0079)	(0,0068)	(0,0078)
severa	n= 50	0,9702	0,9235	0,9720	0,9187	0,9787	0,9340
		(0,0027)	(0,0042)	(0,0026)	(0,0043)	(0,0043)	(0,0039)
	n=100	1	1	1	0,9997	1	0,9992
$\rho=0,7$					(0,0002)		(0,0004)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias de rechazos estimadas están basadas en valores críticos asintóticos al 1% y al 5%. x es de nuevo la tasa de aumento del PIB norteamericano en términos reales.

CONTRASTES DE AUTOCORRELACION DE PRIMER ORDEN VARIANDO EL PARAMETRO DE LA
VARIABLE DEPENDIENTE RETRASADA, CON AUTOCORRELACION SUAVE Y HOMOSCEDASTICIDAD

α_1 = parámetro de la variable dependiente retrasada	Consistente a Heteroscedasticidad		Consistente a Heteroscedasticidad matriz inesgada		Inconsistente a Heteroscedasticidad	
-0,9	0,4440 (0,0078)	0,1950 (0,0062)	0,4495 (0,0078)	0,1990 (0,0063)	0,4230 (0,0078)	0,2035 (0,0064)
-0,5	0,4172 (0,0078)	0,1790 (0,0060)	0,4225 (0,0078)	0,1810 (0,0061)	0,4052 (0,0077)	0,1920 (0,0062)
-0,2	0,3982 (0,0077)	0,1677 (0,0059)	0,3985 (0,0077)	0,1632 (0,0059)	0,3840 (0,0077)	0,1782 (0,0060)
0,2	0,3787 (0,0076)	0,1600 (0,0058)	0,3767 (0,0076)	0,1620 (0,0053)	0,3645 (0,0076)	0,1657 (0,0059)
0,5	0,3705 (0,0076)	0,1547 (0,0057)	0,3725 (0,0076)	0,1570 (0,0057)	0,3515 (0,0075)	0,1572 (0,0057)
0,9	0,3497 (0,0075)	0,1315 (0,0053)	0,3475 (0,0075)	0,1322 (0,0053)	0,3237 (0,0074)	0,1422 (0,0055)
tamaños nominales	5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias estimadas de rechazos están basadas en valores críticos al 1% y al 5%. El tamaño de la muestra, $n=50$.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION DE PRIMER ORDEN VARIANDO EL PARAMETRO DE LA VARIABLE
DEPENDIENTE RETRASADA, CORRELACION SUAVE Y HETEROSCEDASTICIDAD SEVERA

Modelo:

$$y_t = 0,1 + \alpha_1 y_{t-1} + 100x_t + u_t$$

$$u_t = 0,3u_{t-1} + \varepsilon_t H_t \quad \varepsilon \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$$H_t = 1 + 500 x_t$$

Parámetro de la variable dependiente retrasada: α_1	Consistente a Heteroscedasticidad		Consistente a Heteroscedasticidad matriz insesgada		Inconsistente a Heteroscedasticidad	
-0,9	0,3490 (0,0075)	0,1292 (0,0053)	0,3490 (0,0075)	0,1320 (0,0053)	0,3225 (0,0074)	0,1422 (0,0055)
-0,5	0,2177 (0,0065)	0,0767 (0,0042)	0,2185 (0,0065)	0,0762 (0,0042)	0,1830 (0,0061)	0,0720 (0,0041)
-0,2	0,1642 (0,0058)	0,0442 (0,0032)	0,1650 (0,0058)	0,0460 (0,0033)	0,1435 (0,0055)	0,0477 (0,0033)
0,2	0,1960 (0,0063)	0,0585 (0,0037)	0,1952 (0,0062)	0,0575 (0,0036)	0,1650 (0,0058)	0,0610 (0,0037)
0,5	0,2975 (0,0072)	0,1015 (0,0047)	0,2935 (0,0072)	0,0987 (0,0047)	0,2647 (0,0069)	0,1010 (0,0047)
0,9	0,4145 (0,0078)	0,1690 (0,0059)	0,4147 (0,0078)	0,1670 (0,0059)	0,4232 (0,0078)	0,2115 (0,0064)
tamaños nominales	5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias estimadas de rechazos están basadas en valores críticos al 1% y al 5%. El tamaño de la muestra, $n=50$.

CONTRASTE DE LA MATRIZ DE INFORMACION DINAMICA DE FORMA FUNCIONAL
Y/O ESPECIFICACION DINAMICA CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD

Datos generados por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \gamma x_{t-1} + u_{t-1} + \varepsilon_t H_t \quad \varepsilon_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2)$$

$$H_t = 1 + \beta x_t$$

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta=0$		$\beta=50$		$\beta=500$	
$\gamma=0$	$n=50$	0,0502 (0,0034)	0,0077 (0,0014)	0,0557 (0,0036)	0,0054 (0,0012)	0,0680 (0,0039)	0,0107 (0,0016)
	$n=100$	0,0497 (0,0034)	0,0077 (0,0014)	0,0510 (0,0035)	0,0087 (0,0014)	0,0617 (0,0038)	0,0115 (0,0017)
	$n=50$	0,5050 (0,0079)	0,1997 (0,0063)	0,5572 (0,0107)	0,1987 (0,0086)	0,5860 (0,0078)	0,2410 (0,0067)
	$n=100$	0,8865 (0,0050)	0,6615 (0,0075)	0,9312 (0,0040)	0,7122 (0,0071)	0,9075 (0,0046)	0,6767 (0,0074)
$\gamma=30$	$n=50$	0,9662 (0,0028)	0,8250 (0,0060)	0,9707 (0,0026)	0,8085 (0,0062)	0,9502 (0,0034)	0,7360 (0,0069)
	$n=100$	0,9997 (0,0002)	0,9967 (0,0009)	0,9997 (0,0002)	0,9955 (0,0010)	0,9992 (0,0004)	0,9867 (0,0018)
	$n=50$	0,9662 (0,0028)	0,8250 (0,0060)	0,9707 (0,0026)	0,8085 (0,0062)	0,9502 (0,0034)	0,7360 (0,0069)
	$n=100$	0,9997 (0,0002)	0,9967 (0,0009)	0,9997 (0,0002)	0,9955 (0,0010)	0,9992 (0,0004)	0,9867 (0,0018)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias estimadas de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 5% y al 1%. Se usa el contraste t.

**CONTRASTE DE FORMA FUNCIONAL/ESPECIFICACION DINAMICA CONSISTENTE A
HETEROSCEDASTICIDAD, USANDO LA MATRIZ DE COVARIANZAS INSESGADA (r_t^*)**

Los datos generados por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \gamma x_{t-1} u_{t-1} + \varepsilon_t H_t \quad \varepsilon_t \sim \text{niid } (0, \sigma^2); H_t = 1 + \beta x_t$$

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 50$		$\beta = 500$	
$\gamma = 0$	n= 50	0,0495	0,0075	0,0560	0,0055	0,0677	0,0105
		(0,0034)	(0,0014)	(0,0036)	(0,0011)	(0,0039)	(0,0016)
	n=100	0,0492	0,0077	0,0510	0,0087	0,0625	0,0117
		(0,0034)	(0,0014)	(0,0035)	(0,0015)	(0,0038)	(0,0017)
$\gamma = 30$	n= 50	0,5015	0,1967	0,5572	0,1987	0,5792	0,2302
		(0,0079)	(0,0063)	(0,0107)	(0,0086)	(0,0078)	(0,0066)
	n=100	0,8872	0,6625	0,9312	0,7087	0,9060	0,6707
		(0,0050)	(0,0075)	(0,0040)	(0,0072)	(0,0046)	(0,0074)
$\gamma = 60$	n= 50	0,9660	0,8185	0,9695	0,8042	0,9477	0,7202
		(0,0028)	(0,0061)	(0,0027)	(0,0062)	(0,0035)	(0,0071)
	n=100	0,9997	0,9965	0,9997	0,9952	0,9992	0,9857
		(0,0002)	(0,0009)	(0,0002)	(0,0011)	(0,0004)	(0,0018)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias estimadas de rechazos están basadas en valores críticos asintóticos al 5% y al 1%. Se usa el contraste t.

CONTRASTE DE FORMA FUNCIONAL / ESPECIFICACION DINAMICA
INCONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD

Datos generados por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \gamma x_{t-1} u_{t-1} + e_t H_t \quad e_t \sim \text{niid } (0, \sigma^2); H = 1 + \beta x_t$$

		Homoscedasticidad		Heteroscedasticidad suave		Heteroscedasticidad severa	
		$\beta = 0$		$\beta = 50$		$\beta = 500$	
$\gamma = 0$	n= 50	0,0452	0,0090	0,0582	0,0137	0,0650	0,0145
		(0,0033)	(0,0015)	(0,0037)	(0,0018)	(0,0039)	(0,0019)
	n=100	0,0440	0,0080	0,0540	0,0120	0,0575	0,0140
		(0,0032)	(0,0014)	(0,0035)	(0,0017)	(0,0036)	(0,0018)
$\gamma = 30$	n= 50	0,5432	0,3060	0,6632	0,4631	0,6737	0,4457
		(0,0078)	(0,0073)	(0,0101)	(0,0107)	(0,0074)	(0,0078)
	n=100	0,9057	0,7685	0,9665	0,8950	0,9410	0,8532
		(0,0046)	(0,0066)	(0,0028)	(0,0043)	(0,0037)	(0,0056)
$\gamma = 60$	n=50	0,9780	0,9397	0,9875	0,9677	0,9812	0,9477
		(0,0023)	(0,0037)	(0,0017)	(0,0028)	(0,0021)	(0,0035)
	n=100	0,9997	0,9995	0,9997	0,9997	1	0,9995
		(0,0002)	(0,0003)	(0,0002)	(0,0002)		(0,0003)
tamaños							
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 4.000 repeticiones. Las frecuencias estimadas de rechazos están basadas en valores asintóticos al 5% y al 1%. Se usa el contraste t.

CONTRASTES DE HETEROSCEDASTICIDAD Y DE EFECTOS ARCH

Datos generados por:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + u_t$$

$$u_t = \zeta_t H_t((1-\rho) + \rho u_{t-1}^2)^{1/2};$$

$$\zeta_t \sim \text{niid}(0, \sigma^2); \quad \rho = (0, 0.8)$$

$$H_t = 1 + \beta x_t$$

$$\beta = (0, .80)$$

		Homoscedasticidad $\beta=0$				Heteroscedasticidad $\beta=80$			
		Contraste de ARCH		Contraste de Heteroscedasticidad		Contraste de ARCH		Contraste de Heteroscedasticidad	
$\rho=0$	n=50	0,0350 (0,0058)	0,0070 (0,0026)	0,0320 (0,0056)	0,0070 (0,0026)	0,0410 (0,0063)	0,0140 (0,0037)	0,5760 (0,0156)	0,4020 (0,0155)
	n=100	0,0370 (0,0059)	0,0070 (0,0026)	0,0450 (0,0066)	0,0100 (0,0031)	0,0490 (0,0068)	0,0170 (0,0041)	0,8820 (0,0102)	0,7660 (0,0134)
	n=50	0,5590 (0,0157)	0,3990 (0,0155)	0,0560 (0,0073)	0,0140 (0,0037)	0,6080 (0,0154)	0,4720 (0,0158)	0,1050 (0,0097)	0,0530 (0,0071)
	n=100 (ARCH)	0,8560 (0,0110)	0,7480 (0,0137)	0,0610 (0,0076)	0,0190 (0,0043)	0,7980 (0,0127)	0,7100 (0,0143)	0,1000 (0,0095)	0,0440 (0,0065)
tamaños									
nominales		5%	1%	5%	1%	5%	1%	5%	1%

Notas: 1.000 repeticiones; errores estándar no paramétricos entre paréntesis; x sin tendencia; comparamos el comportamiento del contraste LM óptimo para heteroscedasticidad con el del contraste LM óptimo para residuos ARCH. Solo se hacen 1.000 repeticiones por restricciones de tiempo de computador.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN USANDO LA MATRIZ
DE COVARIANZAS INSEGADA CONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD

- Tamaño de la muestra: 25 observaciones.
- Heteroscedasticidad severa ajustando la varianza para hacer $R^2 \approx 0,96$.

		Homoscedasticidad $\beta=0$		Heteroscedasticidad severa $\beta=500$ ($R^2 \approx 0,96$)	
no autocorrelación $\rho=0$	n=25	0,0750 (0,0083)	0,0140 (0,0037)		
autocorrelación ligera $\rho=0,3$	n=25	0,1370 (0,0108)	0,032 (0,0056)		
				n=50	0,3630 (0,0152)
					0,1380 (0,0109)
				n=100	0,7130 (0,0143)
					0,4520 (0,0157)
autocorrelación severa $\rho=0,7$	n=25	0,6290 (0,0153)	0,3260 (0,0148)		
				n=50	0,9670 (0,0056)
					0,8680 (0,0107)
Tamaños					
nominales		5%	1%	5%	1%

Notas: 1.000 repeticiones. Errores estándar no paramétricos entre paréntesis. En el caso de heteroscedasticidad severa se ha disminuido la varianza del término de error para obtener un R^2 medio de 0,96, comparable al caso de homoscedasticidad. El mismo proceso generador de los datos que en los cuadros 1 al 3.

CONTRASTE DE AUTOCORRELACION SERIAL DE PRIMER ORDEN
INCONSISTENTE A HETEROSCEDASTICIDAD

- Los casos de un tamaño de muestra igual a 25 observaciones y del ajuste del R^2 medio hasta 0,96 bajo heteroscedasticidad severa.
- El proceso que genera los datos es el mismo que en los cuadros 1 al 3.

		Homoscedasticidad $\beta=0$		Heteroscedasticidad $\beta=500$ ($R^2 \approx 0,96$)	
no autocorrelación $\rho=0$	n=25	0,0490 (0,0068)	0,0120 (0,0034)		
autocorrelación ligera $\rho=0,3$	n=25	0,1030 (0,0096)	0,0330 (0,0056)		
				n=50	0,3650 (0,0152) 0,1720 (0,0119)
				n=100	0,7390 (0,0139) 0,5180 (0,0158)
autocorrelación severa $\rho=0,7$	n=25	0,6280 (0,0153)	0,4030 (0,0155)		
				n=50	0,9770 (0,0047) 0,9290 (0,0081)
<hr/>					
tamaños					
nominales		5%	1%	5%	1%

Notes: 1.000 repeticiones. Errores estándar no paramétricos entre paréntesis. En el caso de heteroscedasticidad severa se ha disminuido la varianza del término de error para obtener un R^2 medio de 0,96, comparable al caso de homoscedasticidad.

Tasa de aumento del PNB real norteamericano con base 1972.

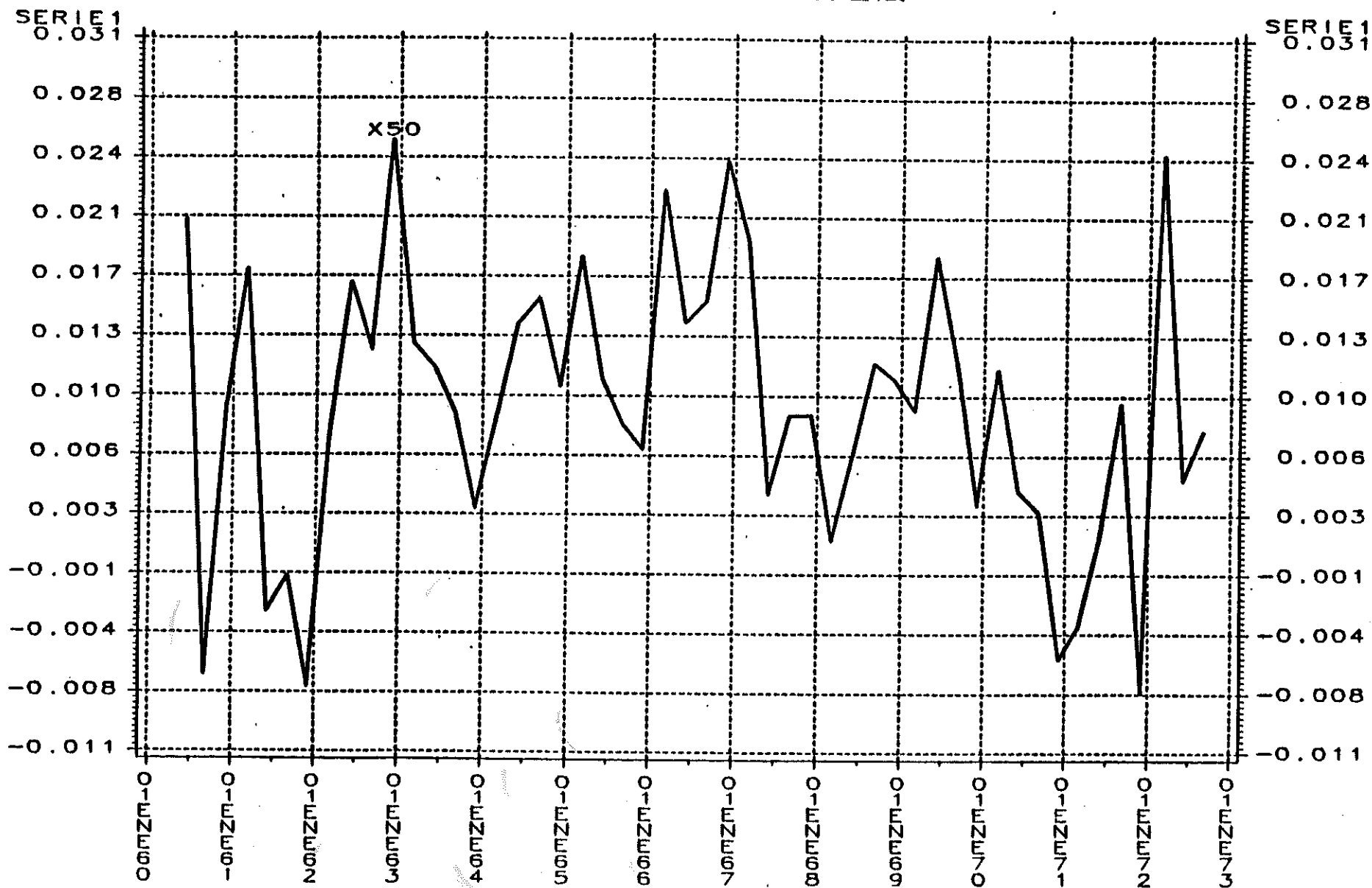


Figura 1

PNB real norteamericano con base 1972.

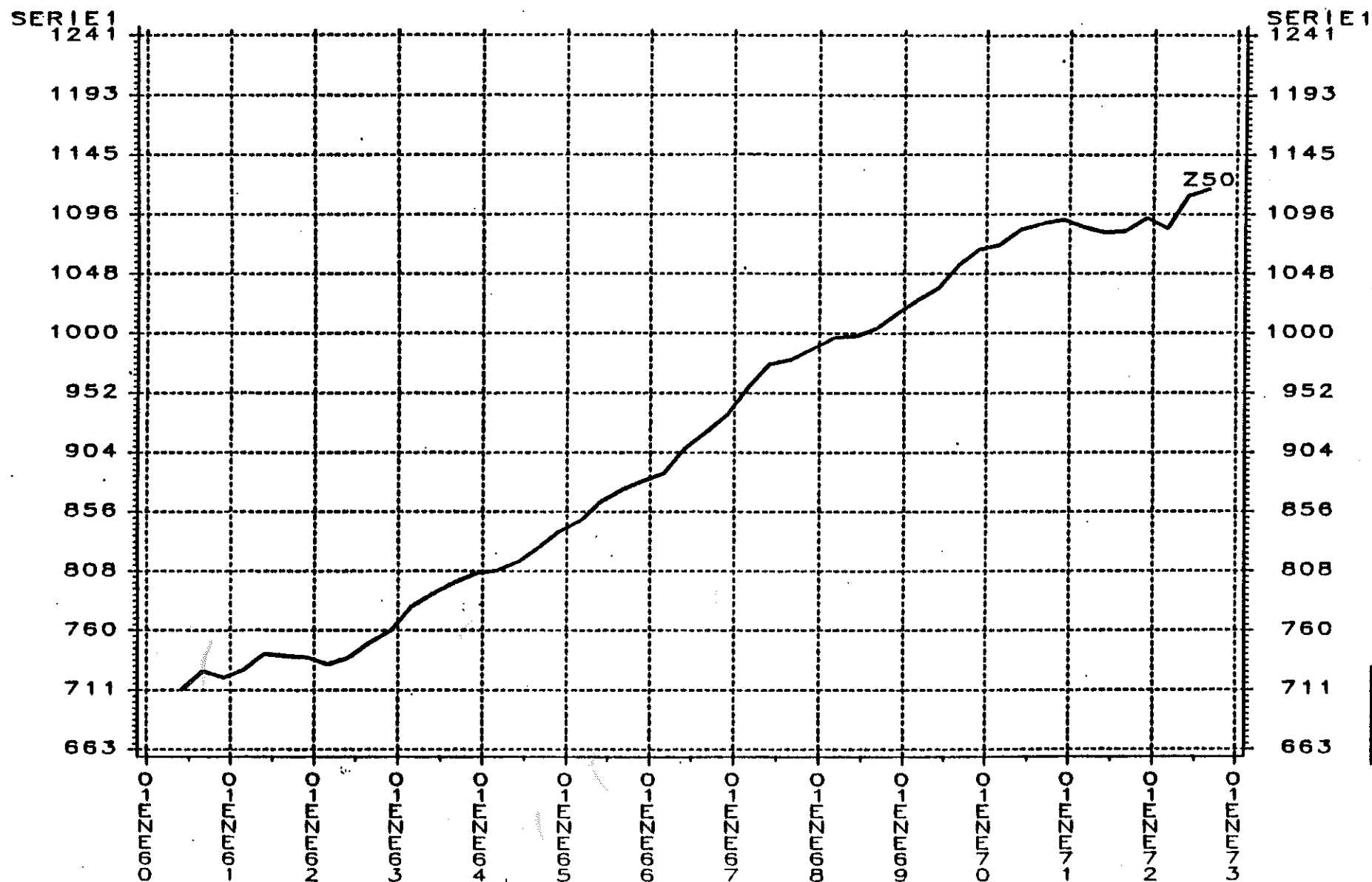


Figura 2

